

# A 2018. évi Kőnig Dénes Diszkrét Matematika Verseny feladatai

1. Határozzuk meg, legfeljebb hány éle lehet egy olyan  $G$  gráfnak, amely páros, egyszerű, csúcsainak száma 222, független éleinek maximális száma pedig  $\nu(G) = 42$ .
2. Melyek azok az  $n \geq 1$  egészek, amelyekre a  $K_n$  teljes gráf élei kiszínezhetők néhány színnel úgy, hogy minden felhasznált színre az adott színre színezett élek a  $K_n$  egy feszítőfáját alkossák?
3. Tegyük fel, hogy a  $K_n$  teljes gráf élei úgy vannak a piros, fehér és zöld színekkel kiszínezve, hogy az azonos színre színezett élek mindhárom szín esetén egy-egy  $n$ -csúcsú összefüggő gráfot alkotnak. Igazoljuk, hogy  $K_n$ -ben található olyan háromszög, melynek éleit háromféle színnel színeztük.
4. Legyen  $P$  a sík pontjainak  $n$  elemű halmaza, és tegyük fel, hogy  $P$  semelyik három pontja sem esik egy egyenesre. Jelölje  $H$  a  $P$ -beli pontpárok meghatározta egyenesek metszéspontjainak halmazát, azaz mindazon pontokat, amelyek legalább két ilyen egyenesre illeszkednek. Igazoljuk, hogy a  $P$  által meghatározott nyílt szakaszok között a  $H$ -től diszjunktak száma lefeljebb  $n$ .
5. Tegyük fel, hogy a  $G$  egyszerű páros gráf, színosztályaira  $|A| = |B| = n$  teljesül, és bármely  $u \in A$ ,  $v \in B$ ,  $uv \notin E$  esetén  $d(u) + d(v) \geq n + 1$  áll fenn. Bizonyítsuk be, hogy  $G$ -nek van Hamilton-köre.

**Tudnivalók a hátoldalon.**

## Versenyfeltételek és tudnivalók

A Kőnig Dénes Diszkrét Matematika Versenyen a BME VIK BSc és MSc tanulmányokat folytató hallgatói vehetnek részt.

A feladatok kidolgozására 150 perc fordítható. Ezalatt tilos a versenyzők együttműködése, és a résztvevők nem használhatnak sem írott, sem elektronikus segédeszközt. Minden versenyző helyesen és jól olvashatóan tüntesse fel a nevét, neptun kódját, szakját és évfolyamát a beadott dolgozat minden lapjának első oldalán, lehetőleg a jobb felső sarokban. Kérjük a versenyzőket, hogy minden beadott lapon csak egy feladattal foglalkozzanak és egyértelmű áthúzással jelezzék dolgozatukban a hibásnak ítélt részeket. A versenydolgozat beadása nem kötelező.

A verseny díjazottjait a regisztráció során megadott e-mail címen értesíti a dékáni hivatal. A verseny eredményhirdetését 2018. május 15-én 18<sup>15</sup> órai kezdettel, a QB402-es teremben tartjuk.

Jó munkát kíván

*a versenybizottság*